A História da Matemática

Carl B.Boyer

1 – ORIGENS

Os matemáticos do século vinte desempenham uma atividade intelectual de difícil definição, mas complexa sofisticação. Contudo, boa parte do que hoje se chama matemática deriva de ideias que originalmente centravam-se nos conceitos de número, grandeza e forma.

Durante um relevante período, considerou-se que a matemática se ocupava do mundo que nossos sentidos percebiam. No entanto, a partir do século dezenove, a matemática pura se libertou das limitações sugeridas por observações da natureza.

É possível perceber que tais indicativos, a partir de suas diferenças, parecem apontar semelhanças: o contraste entre um lobo e muitos, entre um carneiro e um rebanho, entre uma árvore e uma floresta, sugere que um lobo, um carneiro e uma árvore têm algo em comum – sua unicidade. Assim, também, as mãos podem ser relacionadas com os pés, com os olhos, com as orelhas ou com as narinas. Essa percepção de uma propriedade abstrata que certos elementos têm em comum - e que nós chamamos número - representa um grande passo no caminho para a matemática moderna. Ao analisarmos a história evolutiva dessa disciplina, parece-nos improvável que tal noção tenha sido uma descoberta de um indivíduo ou de uma dada tribo, já que é mais plausível que a percepção tenha sido gradual, surgida tão cedo no desenvolvimento cultural do homem quanto o uso do fogo, talvez há 300.000 anos.

Usando os dedos das mãos, podemos contar grupos de até cinco elementos. Quando os dedos eram insuficientes, montes de pedras eram usados para representar essa correspondência. Desta forma, o homem se valia desse procedimento como um método de correspondência, reunindo as pedras em grupos de cinco, pois os quíntuplos lhe eram familiares por observação da natureza (mãos e pés). Assim, a base cinco foi uma das que deixaram a mais antiga evidência escrita palpável, ainda que as línguas modernas sejam construídas, quase sem exceção, em torno da base dez. Observa-se, pois, que a ideia do número tornou-se suficientemente ampla e vivida, para que se sentisse a necessidade de se exprimir essa propriedade de algum modo. Dessa expressão, vem o princípio da linguagem: é ela que representa a característica mais acentuada de diferenciação do homem para os outros animais. Mesmo que exista um conjunto de elementos envolvidos na distinção do homem com relação a outras espécies, acredita-se que a linguagem foi o principal fator de promoção de seu desenvolvimento. Tal mecanismo foi essencial para que surgisse o pensamento matemático abstrato. Com a linguagem, há um desenvolvimento do concreto para o abstrato, mas foram necessários milhares de anos para que o homem fizesse a distinção entre os conceitos abstratos e as situações concretas.

Supõe-se que o surgimento da matemática vem em resposta a necessidades práticas, mas estudos antropológicos sugerem a possibilidade de outra origem. Entre alguns estudos relevantes, encontra-se a sugestão de que a arte de contar surgiu em conexão com rituais religiosos primitivos e que o aspecto ordinal precedeu o conceito quantitativo. Percebe-se ainda que o conceito de número inteiro se perde na névoa da antiguidade pré-histórica. Entre as tribos primitivas, parece não ter havido necessidade de usar frações.

Se a história do surgimento dos números nos parece imprecisa, a aplicação deles na geometria também o é: Heródoto dizia que geometria se originava no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do rio Nilo Já Aristóteles achava que a existência no Egito de uma classe sacerdotal com lazeres é que tinha conduzido ao estudo da geometria.

Não podemos contradizer, com segurança, nem Heródoto nem Aristóteles quanto à motivação que produziu a geometria, mas é claro que ambos subestimaram a idade do assunto. O homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais que abriu caminho para a geometria. Seus potes, tecidos e cestas mostram exemplos de congruência e simetria que em essência são partes da geometria elementar.

2 – EGITO

A Idade da Pedra - um longo período que precede o uso de metais - não teve um fim abrupto. O período de transição que daí sucede é o ambiente de surgimento das civilizações caracterizadas pelo uso de metais. Esses povos se situaram primeiro em vales de rios, como os do Egito, Mesopotâmia, Índia e China.

Da Mesopotâmia, onde o barro era abundante, marcas em forma de cunhas eram feitas com um estilete sobre tabletes moles que depois eram cozidas (cuneiforme cerca de 4.000 anos).

A notação hieroglífica, escritos egípcios, foi decifrada pela descoberta de uma expedição de Napoleão, por volta de 1.799. A partir de uma grande peça achada em Rosetta, antigo porto de Alexandrina, descobriu-se uma mensagem que continha três escritas: grega, demótica e hieroglífica. Como conheciam o idioma grego, fizeram rápido progresso na decifração dos hieróglifos egípcios.

Os egípcios começaram cedo a se interessar pela astronomia e observaram que as inundações do Nilo eram separadas por 365 dias (estrela Sirius se levantava a leste logo antes do sol).Desta observação, surge, pois, o calendário solar. Nele, são estabelecidos 12 meses de 30 dias e mais cinco dias de festas.

No que diz respeito às operações matemáticas, pode-se afirmar que a operação aritmética fundamental no Egito era a adição. Já, nossas operações de multiplicação e divisão eram efetuadas no tempo de Ahmes (Papiro de Ahmes) por duplações sucessivas.

A solução de problemas algébricos de Ahmes não é a de livros modernos. Este tipo de resolução apresenta como característica um processo conhecido como “método de falsa posição” em que a incógnita é chamada de “aha”.

3 - MESOPOTÂMIA

As civilizações antigas da Mesopotâmia são frequentemente chamadas babilônicas. Contudo, é importante definirmos que a cidade de Babilônia não foi o princípio, como também não foi nem foi, em períodos posteriores, o centro da cultura associada com os dois rios (2000 anos até aproximados 600 a.C.).

Há uma abundância de material relativo à matemática na Mesopotâmia. Tais registros viabilizaram que a eficácia da computação tenha sido resultado não somente de seu sistema de numeração mas que os matemáticos mesopotâmios também tenham sido hábeis no desenvolver processos algoritmos.

Seu sistema era basicamente sexagesimal, mais provável, porém que a base sessenta fosse adotada conscientemente e legalizada no interesse da metrologia. Uma grandeza de sessenta unidades pode ser facilmente subdividida em metades, terços, quartos, quintos, sextos, décimos, doze avos, vigésimos e trigésimos, fornecendo assim dez possíveis subdivisões.

São evidentes muitas deficiências da matemática pré-helênica. Os papiros e tabletas encontrados contêm apenas casos específicos e problemas, sem formulações gerais. Um estudo posterior é um pouco confortante, pois as centenas de problemas de tipos semelhantes em tabletas cuneiformes parecem ser exercícios que os escolares deviam resolver de acordo com certos métodos ou regras aceitas.

Naturalmente muito da matemática pré-helênica era prática, mas certamente nem toda. Na resolução de cálculos, que se estendeu por um par de milênios, as escolas de escribas usaram muito material de exercícios, frequentemente, talvez, como puro divertimento.

4 - A JÔNIA E OS PITAGÓRICOS

A atividade intelectual das civilizações potâmicas no Egito e Mesopotâmia tinha perdido sua verve bem antes da era cristã; mas quando a cultura nos vales dos rios estava declinando e o bronze cedendo lugar ao ferro na fabricação de armas, vigorosas culturas novas estavam surgindo ao longo de todo o litoral do Mediterrâneo. Para indicar essa mudança nos centros de civilização, o intervalo entre aproximadamente 800 a.C. e 800 D.C. é às vezes chamado Idade Talássica (isto é, a "idade do mar"). Não houve, é claro, uma quebra brusca marcando a transição da liderança intelectual dos vales dos rios Nilo, Tigre e Eufrates para a beira do Mediterrâneo, pois o tempo e a história fluem continuamente, e as condições em variação são associadas a causas antecedentes. Os estudiosos egípcios e babilônios continuaram a produzir textos em papiro e cuneiforme durante muitos séculos após 800 a.C. Enquanto isso, no entanto, uma nova civilização se preparava rapidamente para assumir a hegemonia cultural, não só na região mediterrânea mas, finalmente, também nos principais vales fluviais. Para indicar a fonte da nova inspiração, a primeira parte da Idade Talássica é chamada Era Helênica e consequentemente as culturas mais antigas são ditas pré-helênicas.

Os primeiros Jogos Olímpicos se realizaram em 776 a.C. Este período marca a presença de uma maravilhosa literatura grega, evidenciada pelas obras de Homero e Hesíodo. Contudo, da matemática grega da época nada sabemos. Também Tales e Pitágoras são figuras imprecisas historicamente. Mas o que fizeram deve ser reconstruído com base numa tradição, não muito digna de confiança, que se formou em torno desses dois matemáticos antigos. Certas frases-chave lhes são atribuídas, tais como "Conhece a ti mesmo" no caso de Tales e "Tudo é número", de Pitágoras, mas nada mais específico.

O que se sabe de Tales de Mileto é muito pouco. Seu nascimento e sua morte são datados com base no fato de que o eclipse de 585 a.C. provavelmente ocorreu quando estava em plena maturidade (40 anos), mas sérias dúvidas sobre a autenticidade da história do eclipse abalam nossa confiança, quanto às descobertas atribuídas a Tales.

Tales era considerado um homem de rara inteligência (o primeiro dos Sete

Sábios), era considerado um "discípulo dos egípcios e caldeus" e frequentemente saudado com o primeiro matemático verdadeiro – originador da organização dedutiva da geometria.

Pitágoras de Gamos é uma figura pouco menos discutida que Tales. Pitágoras era um profeta e um místico, nascido em Gamos, não longe de Mileto. Durante suas peregrinações ele evidentemente absorveu não só informação matemática e astronômica como também muitas ideias religiosas. Pitágoras, aliás, praticamente foi contemporâneo de Buda, Confúcio e Lao-Tse.

Ao retornar ao mundo grego, Pitágoras fixou-se em Crotona na costa sudeste do que agora é Itália, mas era então chamada Magna Grécia. Lá ele fundou uma sociedade secreta, com base matemáticas e filosóficas cujo símbolo da sociedade era o pentagrama e seu lema era "Tudo é número".Se a tradição merece confiança, os pitagóricos não só fizeram da aritmética um ramo, a filosofia; parecem ter feito dela uma base para a unificação de todos os aspectos do mundo que os rodeava.

5 – A IDADE HERÓICA

Durante a segunda metade do quinto século antes de Cristo, circularam relatos persistentes e consistentes acerca de vários matemáticos que estavam intensamente preocupados com problemas que formaram a base da maior parte dos desenvolvimentos posteriores na geometria. Por isso chamaremos esse período de "Idade Heróica da Matemática", uma vez que raramente, antes ou depois, homens com tão poucos recursos se dedicaram a problemas de tal significado matemático.

É neste momento em que a atividade matemática já não se fixava mais em duas regiões, mas sim ao longo de todo Mediterrâneo.

Anágoras de Clazomenae foi preso em Atenas por impiedade, ao assegurar que o Sol não era uma divindade, mas uma grande pedra incandescente, grande como todo Peloponeso e que a Lua era uma terra habitada que emprestava do Sol a sua luz. Além disso, tem-se que o principal legado matemático da Idade Heróica pode ser condensado em seis problemas: quadradura do ângulo, razão de grandezas incomensuráveis, paradoxos do movimento e validade dos métodos infinitesimais.

6 – A IDADE DE PLATÃO E ARISTÓTELES

Platão é importante na história da matemática principalmente por seu papel como inspirador e guia de outros. É provável que a ele se deva a distinção clara que se fez na Grécia antiga entre aritmética (no sentido de teoria dos números) e logística (a técnica de computação).

Platão considerava a logística adequada para negociantes e guerreiros, "que precisam aprender as artes dos números, ou não saberão dispor suas tropas". Para ele, o filósofo, por outro lado, deve conhecer a aritmética "porque deve subir acima do mar das mudanças e captar seu verdadeiro ser". Além disso, diz Platão em *A República*, "a aritmética tem um efeito muito grande de elevar a mente, compelindo-a a raciocinar sobre número abstrato". Os pensamentos de Platão sobre o número eram muito elevados, contudo, muitas vezes parecem se aproximar do misticismo e a evidente fantasia.

Assim como Platão via na aritmética uma clara separação entre os aspectos teóricos e computacionais, na geometria ele defendia a causa da matemática pura contra a visão materialista do artesão ou técnico.

Já Aristóteles foi o homem mais erudito de todos os tempos. Sua morte, em geral, é considerada como o marco do fim do primeiro grande período, a Idade Helênica, na história da civilização grega. Aristóteles, como Eudoxo, foi discípulo de Platão e, como Menaecmus, mestre de Alexandre, o Grande. Aristóteles era antes de tudo um filósofo e biólogo, mas também estava completamente a par das atividades dos matemáticos.

Em 323 a.C. Alexandre, o Grande, morreu subitamente e seu império de desfez. Seus generais dividiram o território que o jovem conquistador dominava. Em Atenas, onde Aristóteles fora considerado um estrangeiro, o filósofo verificou que se tornara impopular, agora que seu poderoso soldado-estudante estava morto. Deixou Atenas e morreu no ano seguinte. A nova cidade de Alexandria, fundada pelo conquistador do mundo, agora tomou o lugar de Atenas como centro do mundo matemático. Na história da civilização, costuma-se por isso distinguir dois períodos no mundo grego, separados por uma linha divisória conveniente, constituída pelas mortes quase simultâneas de Alexandre e Aristóteles. A parte mais antiga chama-se Idade Helênica, a segunda Helenística ou Alexandrina. O primeiro século da nova era é chamada Idade Áurea da matemática grega.

7 – EUCLIDES DE ALEXANDRIA

A morte de Alexandre, o Grande, levou a disputas entres os generais do exército grego. Em em 306 a.C. o controle da parte egípcia do império estava nas mãos de Ptolomeu I, e esse governante pôde voltar à atenção para esforços construtivos. Entre seus primeiros atos está a criação em Alexandria de uma escola ou instituto conhecido como Museu, um grande marco de seu tempo. Como professores, ele chamou um grupo de sábios de primeira linha, entre eles Euclides, o autor do texto de matemática mais bem-sucedido de todos os tempos – *Os elementos (Stoichia).*

Os elementos estão divididos em treze livros ou capítulos, dos quais os seis primeiros são sobre geometria elementar. Já os três seguintes tratam sobre a teoria dos números; o Livro X é sobre os incomensuráveis e os três últimos versam principalmente sobre geometria no espaço. Eles não só constituem a mais antiga e importante obra matemática grega a chegar até nós, mas o texto mais influente de todos os tempos. Composto em 300 a.C. aproximadamente e copiado muitas vezes depois. Cópias de *Os elementos* chegaram até nós também em traduções árabes, mais tarde traduzidas para o latim no século doze, e finalmente, no século dezesseis, em vernáculo. A primeira versão impressa de *Os elementos* apareceu em Veneza, em 1482, um dos primeiros livros de matemática impressos. Calcula-se, pois, que desde então pelo menos mil edições foram publicadas. Talvez nenhum livro, além da Bíblia, possua tantas edições, e certamente nenhuma obra matemática teve influência comparável à de *Os elementos* de Euclides.

8 – ARQUIMEDES DE SIRACUSA

Durante toda a Idade Helenística, o centro da atividade matemática permaneceu em Alexandria, mas o maior matemático desse tempo – e toda antiguidade – não nasceu nessa cidade. É possível que Arquimedes tenha estudado por algum tempo em Alexandria com os estudantes de Euclides, e manteve comunicação com os matemáticos de lá, mas viveu e morreu em Siracusa. Durante a Segunda Guerra Púnica, a cidade de

Siracusa se viu envolvida na luta entre Roma e Cartago. Tendo-se associado a essa última, a cidade foi sitiada pelos romanos durante os anos de 214 a.C. a 212 a.C.

Durante o cerco, Arquimedes inventou engenhosas máquinas de guerra para conservar o inimigo à distância: catapultas para lançar pedras; cordas, polias e ganchos para levantar e espatifar os navios romanos; invenções para queimar os navios. Por fim, no entanto, Siracusa caiu. Durante o saque da cidade Arquimedes foi morto por um soldado romano, apesar das ordens para que o geômetra fosse poupado.

9 – APOLÔNIO DE PERGA

Aproximadamente durante o primeiro século da Idade Helenística, três matemáticos se destacaram com relação aos demais da época, assim como da maior parte de seus predecessores e sucessores. Esses homens foram Euclides, Arquimedes e Apolônio. É por causa deles que o período de cerca de 300 a 200 a.C. foi denominado "Idade Áurea" da matemática grega.

Não se podem conhecer as datas precisas de sua vida, mas diz-se que viveu durante os reinos de Ptolomeu Euergetes e de Ptolomeu Filopater. Alguns relatos afirmam que ele foi o tesoureiro-geral de Ptolomeu Filadelfo e dizem ainda que era vinte e cinco a quarenta anos mais jovem que Arquimedes.

Apolônio escreveu uma obra (agora perdida) chamada *Resultado Rápido* que parece ter tratado de processos rápidos de calcular. Temos os títulos de muitas obras perdidas, entre eles: *Como dividir uma razão*; *Cortar uma área*; *Sobre secção determinada*; *Tangências (ou Contatos); Inclinações* e *Lugares Planos*. Seis das obras de Apolônio estavam incluídas junto com dois dos tratados mais avançados (hoje perdidos) de Euclides, numa coleção chamada "Tesouro da análise". O "Tesouro" consistiu em grande parte de obras de Apolônio, consequentemente deve ter incluído muito do que hoje chamamos geometria analítica. Foi com razão que Apolônio, não Euclides, mereceu dos antigos o nome de "o Grande Geômetra".

10 – TRIGONOMETRIA E MENSURAÇÃO NA GRÉCIA

A trigonometria, como os outros ramos da matemática, não foi obra de um só homem ou nação. Teoremas sobre as razões entre lados de triângulos semelhantes tinham sido conhecidos e usados pelos antigos egípcios e babilônios. No período-helênico, dada a falta do conceito de medida de ângulo, tal estudo seria melhor chamado "trilaterometria", ou medida de polígonos de três lados (triláteros), do que "trigonometria", a medida de partes de um triângulo.

As propriedades das cordas, como medidas de ângulos centrais os inscritos em círculos, eram conhecidas dos gregos do tempo de Hipócrates. É possível que Eudoxo tenha usado razões e medidas de ângulos para determinar o tamanho da Terra e as distâncias relativas do Sol e da Lua. Nas obras de Euclides, não há trigonometria no sentido estrito da palavra, mas há teoremas equivalentes a leis ou fórmulas trigonométricas específicas. O teorema de Arquimedes sobre a corda quebrada pode facilmente ser traduzido em linguagem trigonométrica em fórmulas para senos de somas e diferença de ângulos.

Cada vez mais, os astrônomos da Idade Alexandrina – notadamente Erastótenes de Cirene (por volta de 276 – 194 a.C.) e Aristarco de Samos (por volta de 310 – 230 a.C.) tratavam problemas que indicavam a necessidade de relações mais sistematizadas entre ângulos e cordas. Os gregos, e depois deles os hindus e os árabes, usaram *linhas* trigonométricas. Essas, a princípio, tiveram a forma de cordas num círculo e coube a Ptolomeu associar valores numéricos (ou aproximações) às cordas. Para isso duas convenções eram necessárias: 1) algum esquema para subdividir a circunferência de um círculo e 2) alguma regra para subdividir o diâmetro. A divisão de uma circunferência em 360 graus parece ter estado em uso na Grécia desde os dias de Hiparco, embora não se saiba bem como a convenção surgiu. Não é improvável que a medida de 360 graus tenha sido tomada da astronomia, onde o zodíaco fora dividido em doze "signos" ou 36 "decanatos". Nosso sistema comum de medida de ângulos pode derivar dessa correspondência. Sem dúvida, foi o sistema sexagesimal que levou Ptolomeu a subdividir o diâmetro de seu círculo trigonométrico em 120 partes. Cada uma delas, ele subdividiu de novo em sessenta minutos e cada minuto de comprimento em sessenta segundos. Tendo fixado seu sistema de medidas, Ptolomeu estava pronto para calcular as cordas dos ângulos dentro do sistema.

11 – RESSURGIMENTO E DECLÍNIO DA MATEMÁTICA GREGA

A matemática no mundo grego cobriu um intervalo de tempo indo pelo menos de 600 a.C. a 600 d.C. e viajou da Jônia à ponta da Itália e Atenas, a Alexandria e a outras partes do mundo civilizado. Heron e Ptolomeu eram gregos, mas viviam num mundo dominado politicamente por Roma. A morte de Arquimedes pela mão de um soldado romano pode ter sido acidental, mas foi verdadeiramente premonitória. Durante toda a sua longa história, a Roma antiga pouco contribuiu para a ciência e a filosofia e menos ainda para a matemática. Projetos notáveis de engenharia e monumentos arquitetônicos se relacionavam com os aspectos mais simples da ciência, mas os construtores romanos se satisfaziam com técnicas práticas elementares que requeriam muito pouco conhecimento de grande massa de pensamento grego.

Afirma-se, às vezes, que obras notáveis de engenharia, como as pirâmides do Egito, e os aquedutos romanos, implicam um alto grau de realização matemática, mas a evidência histórica não apoia essa ideia. Assim como a matemática egípcia antiga era de nível inferior à babilônica, do mesmo período, também, a matemática romana era de nível muito inferior à da Grécia durante os mesmos anos. Faltava aos romanos o interesse pela matemática, de modo que seus melhores esforços, como o de Vitruvius, por exemplo, não se comparavam aos mais fracos resultados surgidos na Grécia.

12 – CHINA E ÍNDIA

As civilizações da China a da Índia são muito mais antigas que as da Grécia e Roma, porém não mais que as dos vales do Nilo e Mesopotâmia. Remontam à Idade Potâmica, enquanto que as culturas da Grécia e de Roma eram da Idade Talássica.

Algumas afirmações quanto a terem os chineses feito observações astronômicas importantes, ou descrito os doze signos de zodíaco, pelo décimo quinto milênio a.C. são certamente infundadas. Contudo, a tradição coloca o primeiro império chinês em 2750 a.C. aproximadamente. Outras avaliações mais modestas colocam essas civilizações primitivas por volta do ano 100 a.C. Datar os documentos matemáticos da China não é fácil, e estimativas quanto ao *Chou Pei Suang Ching*, geralmente considerado o mais antigo dos clássicos matemáticos, diferem por quase mil anos. O problema de sua data é dificultado pelo fato de poder ser obra de vários homens em períodos diferentes. Alguns consideram o *Chou Pei* como uma boa exposição da matemática chinesa de cerca de 1200 a.C., mas outros colocam a obra no primeiro século de nossa era. Uma data de 300 a.C. parece razoável, o que colocaria a obra em competição com outro tratado, o *Chiu Chang Suan-Shu*, composto por volta de 250 a.C. O *Chou Pei* indica que na China, como Heródoto dizia do Egito, a geometria derivou da mensuração e, como na Babilônia, a geometria chinesa era essencialmente um exercício de aritmética ou álgebra. Há, aparentemente, indicações no *Chou Pei* do Teorema de Pitágoras, um teorema que os chineses tratavam algebricamente.

Nas obras chinesas, como nas egípcias, chama à atenção a justaposição de resultados precisos e imprecisos, primitivos e elaborados. São usadas regras corretas para as áreas de triângulos e trapézios. A área do círculo era calculada tomando três quartos do quadrado sobre o diâmetro ou um doze avos do quadrado da circunferência. Os chineses gostavam especialmente de diagramas, por isso não é surpreendente que o primeiro registro (de origem antiga mas desconhecida) de um quadrado mágico tenha aparecido lá. O quadrado foi supostamente trazido para os homens por uma tartaruga do Rio Lo nos dias do lendário Imperador Yii, considerado um engenheiro hidráulico.

Se a matemática chinesa tivesse tido continuidade de tradição, algumas das notáveis antecipações dos métodos modernos poderiam ter modificado substancialmente o desenvolvimento da matemática. Mas a cultura chinesa foi seriamente prejudicada por quebras abruptas. Em 213 a.C., como, por exemplo, o imperador da China mandou queimar todos os livros de matemática. Algumas obras evidentemente escaparam, seja pela persistência de cópias, seja por transmissão oral e o aprendizado de fato continuou com ênfase, quanto à matemática, em problemas de comércio e calendário.

A queda do Império Romano do Ocidente tradicionalmente é situada no ano 476. Nesse ano, nasce Aryabhata, autor de um dos mais antigos textos matemáticos indianos. É claro, entretanto, que tinha havido atividade matemática na Índia muito antes disso – provavelmente antes mesmo da mística fundação de Roma em 753 a.C. A Índia, como o Egito, tinha seus "estiradores de corda", e as primitivas noções geométricas adquiridas em conexão com o traçado de templos e medida e construção de altares tomaram a forma de um corpo de conhecimentos conhecidos como os Sulvasutras ou "regras de corda". Sulva (ou sulba) refere-se às cordas usadas para medidas, e sutra significa um livro de regras ou aforismos relativos a um ritual ou ciência. Mas a dificuldade em datar as regras se liga ainda a dúvidas quanto à influência que tiveram sobre matemáticos hindus posteriores. Mais ainda do que na China há uma notável falta de continuidade na tradição matemática na Índia: contribuições significativas são acontecimentos isolados separados por intervalos sem realizações.

13 – A HEGEMONIA ÁRABE

À época em que Brahmaguta escrevia, o Império Sabeano da Arábia Félix tinha caído e a península passava por uma séria crise. Era habitada principalmente por nômades do deserto, chamados beduínos que não sabiam ler nem escrever. Entre eles, estava o profeta Maomé, nascido em Meca cerca de 570. Durante dez anos pregou em Meca, mas em 622, perante uma conspiração para matá-lo, aceitou um convite para ir a Medina. Dez anos depois, estabeleceu um estado maometano, com centro em Meca, no qual os judeus e cristãos, sendo monoteísta, recebiam proteção e liberdade de culto. Em 632, enquanto planejava atacar o Império Bizantino, Maomé morreu em Medina. Sua morte súbita não impediu a expansão do domínio islâmico, pois seus seguidores invadiram territórios vizinhos com espantosa rapidez. Há uma lenda que diz que quando o chefe das tropas vitoriosas perguntou o que devia ser feito com os livros da biblioteca de Alexandria, foi-lhe dito que os queimasse, pois se estivessem de acordo com o Corão, eram supérfluos, se tivessem em desacordo eram pior que supérfluos.

O primeiro século do império muçulmano fora destituído de realizações científicas. Esse período (cerca de 650 a 750) foi na verdade, talvez, o nadir do desenvolvimento da matemática, pois os árabes ainda não tinham entusiasmo intelectual, e o interesse pela cultura tinha quase desaparecido no resto do mundo. Se não fosse o súbito despertar cultural do Islã na segunda metade do oitavo século, certamente muito mais se teria perdido da ciência e da matemática antigas. Foram chamados, nesse tempo, estudiosos da Síria e Mesopotâmia a Bagdá, inclusive judeus e cristãos nestorianos, sob três grandes patronos da cultura abássida – al-Mansur, Harum al-Rachid e al-Mamum. Foi durante o califado de al-Mamum (809-833), no entanto, que os árabes se entregaram totalmente à sua paixão por tradução. Diz-se que o califa teve um sonho em que apareceu Aristóteles, e em consequência al-Mamum decidiu mandar fazer versões árabes de todas as obras em que conseguissem deitar as mãos, inclusive o *Almgesto* de Ptolomeu e uma versão completa de *Os elementos* de Euclides.

14 – A EUROPA NA IDADE MÉDIA

O tempo e a história são, é claro, sem emendas, como o contínuo da matemática, e qualquer subdivisão em períodos é obra do homem. Assim como um sistema de coordenadas é útil na geometria, também a subdivisão dos acontecimentos em períodos ou eras é conveniente para a história.

Quando Justiniano em 529 fechou as escolas filosóficas pagãs de Atenas, seus sábios se dispersaram e alguns se estabeleceram permanentemente na Síria, Pérsia e outros lugares. No entanto, alguns permaneceram e outros voltaram anos depois, e em consequência não houve hiato grande na cultura grega do mundo bizantino. À lista de sábios bizantinos devemos acrescentar Filoponus, que viveu em Alexandria no começo de sexto século e foi o mais importante físico de sua época no mundo todo. Filoponus questionava as leis aristotélicas do movimento e a impossibilidade do vácuo, e sugeriu a operação de uma espécie de princípio de inércia, sob o qual corpos em movimento continuavam a mover-se. Como Galileu mais tarde, negava que a velocidade adquirida por um corpo em queda livre seja proporcional ao seu peso.

Filoponus não era primariamente um matemático, mas parte de sua obra, como seu tratado sobre o astrolábio, pode ser considerada como referente à matemática aplicada. A maior parte das contribuições bizantinas à matemática era de nível elementar e consistia principalmente de comentários sobre os clássicos.

A matemática bizantina, muito mais do que a árabe, era uma espécie de ação de conservação, destinada a preservar ao máximo o legado da antiguidade, até que o

Ocidente estivesse preparado para ir adiante.

15 – RENASCIMENTO

A queda de Constantinopla em 1453 representou o colapso do Império Bizantino, e serve como um marco cronológico conveniente na história dos acontecimentos políticos. A importância da data para a história da matemática, no entanto, é discutível. Afirma-se frequentemente que por essa ocasião refugiados que escaparam para a Itália levaram manuscritos preciosos de antigos tratados gregos, e assim puseram o mundo europeu ocidental em contato com obras da antiguidade.

É importante ressaltar que a Europa estava se recuperando do choque físico e espiritual da peste negra, e a invenção então recente da impressão com tipos móveis tornava possível uma difusão de obras eruditas muito maior do que em qualquer período anterior. O primeiro livro impresso na Europa Ocidental data de 1447, e pelo fim do século mais de 30.000 edições de várias obras estavam circulando.

A matemática clássica, excetuadas as partes mais elementares de *Os elementos* de Euclides, era uma disciplina intensamente esotérica, só acessível aos que tinham grande preparo prévio. Assim revelação dos tratados gregos nesse campo a princípio não interferiu muito no prosseguimento da tradição medieval. Os estudos medievais latinos de geometria elementar e teoria das proporções, bem como as contribuições árabes às operações aritméticas e métodos algébricos, não apresentavam dificuldades comparáveis às obras de Arquimedes e Apolônio. Os ramos mais elementares é que iam chamar a atenção e aparecer em obras impressas.

Obras novas de astronomia invariavelmente eram acompanhadas de tabelas de funções trigonométricas. Na Índia, onde a função seno nasceu, tinha havido pouco interesse por essa função, exceto quanto ao seu papel nos sistemas astronômicos ou *Siddhantas*.

Durante cem anos depois da queda de Constantinopla as cidades da Europa central, notadamente Viena, Cracóvia, Praga e Nüremberg foram líderes em astronomia e matemática. A última dessas tornou-se um centro de impressão de livros (bem como de erudição, arte e invenção) e alguns dos maiores clássicos científicos foram publicados lá em meados do século dezesseis.

A matemática durante a Renascença tinha sido largamente aplicada – à contabilidade, mecânica, mensuração de terras, artes, cartografia, óptica – havia numerosos livros tratando das artes práticas. No entanto, o interesse pelas obras clássicas da antiguidade permanecia forte. A geometria na primeira metade do século dezesseis dependera excessivamente das propriedades elementares ensinadas por Euclides. Werner tinha uma exceção a essa regra, mas poucos dentre os demais tinham conhecido realmente a geometria de Arquimedes, Apolônio e Paus.

A Renascença poderia perfeitamente ter desenvolvido a geometria pura na direção sugerida pela arte e pela perspectiva, mas não foi dada atenção a essa possibilidade até quase exatamente a mesma época em que foi criada a geometria algébrica.

16 – PRELÚDIO À MATEMÁTICA MODERNA

A Europa ocidental, em 1575, tinha recuperado a maior parte das principais obras da antiguidade. A álgebra árabe tinha sido aperfeiçoada, tanto pela resolução das cúbicas e quárticas quanto pelo uso parcial de simbolismo e a trigonometria se tornara uma disciplina independente.

A época estava parcialmente propícia para rápidos progressos pois tinha como base as contribuições antigas, medievais e renascentistas. A transição da Renascença para o mundo moderno também se fez através de um grande número de figuras intermediárias, das quais consideraremos algumas das mais importantes: dois desses homens, Galileu Galilei (1564 – 1642) e Bonaventura Cavalieri (1598 – 1647), vieram da Itália, mas vários outros, como Henry Briggs. Thomas Harriot, e William Oughtred, eram ingleses. Dois deles, Simon Stevin e Albert Girard, eram flamengos; outros vieram de vários países – John Napier da Escócia, Jobst Bürgi da Suíça, e Johann Kepler da Alemanha. A maior parte da Europa Ocidental participava agora do desenvolvimento da matemática, mas a figura central e mais magnífica na transição foi um francês, Francois Viète (1540 – 1603) ou em latim Franciscus Vieta.

Viète não era matemático por vocação já que a juventude ele estudou e praticou direito, tornando-se membro do parlamento da Bretanha. Só o tempo de lazer de Viète era dedicado à matemática, no entanto fez contribuições à aritmética, álgebra, trigonometria e geometria.

John Napier (ou Neper), como Viète, não era matemático profissional. Era um proprietário escocês, Barão de Murchiston, que administrava suas grandes propriedades e escrevia sobre vários assuntos. Ele só se interessava por certos aspectos da matemática, particularmente os que de referiam a computação e trigonometria. As “barras de Napier” eram bastões em que itens de tabuadas de multiplicação eram esculpidos numa forma que se prestava ao uso prático; as “analogias de Napier” e a “regra de Napier das partes circulares” eram regras mnemônicas ligadas à trigonometria esférica.

Aparentemente foi mencionado o maravilhoso artifício da protaférese muito usado em computações no observatório. A informação sobre isto encorajou Napier a redobrar seus esforços e finalmente a publicar em 1614 o *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (Uma descrição da maravilhosa regra dos logaritmos).

17 – O TEMPO DE FERMAT E DESCARTES

Em 1647, ano em que Cavalieri morreu foi também o da morte de outro discípulo de Galileu, o jovem Evangelista Torricelli (1608 – 1647). Em muitos aspectos Torricelli representava a nova geração de matemáticos que estava tranalhando rapidamente sobre as fundações infinitesimais que Cavalieri tinha apenas esboçado.

As principais figuras foram René Descartes (1596 – 1650) e Pierre de Fermat (1601 – 1665), mas três outros franceses contemporâneos também fizeram contribuições importantes, além de Torricelli – Gilles Persone de Roberval, Girard Desargues e Blaise Pascal (1623 – 1662). Não existiam ainda organizações de matemáticos profissionais, mas na Itália, França e Inglaterra havia grupos científicos mais ou menos organizados: a Accademia dei Lincei (a que Galileu pertencia) e a Accademia Del Cimento, na Itália; o Cabinet Du Puy, na França; e o Invisible College, na Inglaterra.

René Descartes pertencia a uma boa família e estudou no colégio jesuíta em La Flèche, onde os livros didáticos de Clavius eram fundamentais. Mais tarde, graduou-se em Poitiers, onde estudara direito sem muito entusiasmo.

Na cidade de Paris, ele conheceu Mersenne e um círculo de cientistas que discutiam livremente críticas ao pensamento peripatético. De tais estímulos, Descartes progrediu para tornar-se o "pai da filosofia moderna", apresentar uma visão científica transformada do mundo e estabelecer um novo ramo da matemática (Discours de la méthode pour bien conduire as raison ET chercher la vérité dans lês sciences – Discurso sobre o método para raciocinar bem e procurar a verdade nas ciências). O universo todo, ele postulou, era feito de matéria em movimento incessante em vórtices, e todos os fenômenos deveriam ser explicados mecanicamente em termos de forças exercidas pela matéria contígua.

Um grande rival em capacidade matemática de Descartes era Fermat, mas este não era um matemático profissional. Fermat estudou direito em Toulouse, onde serviu no parlamento local, primeiro como advogado, mais tarde como conselheiro. Isso significava que era um homem ocupado. No entanto, parece ter tido tempo para dedicar à literatura clássica, inclusive ciência e matemática, por prazer. O resultado foi que em 1629 ele começou a fazer descobertas de importância capital em matemática. Nesse ano, ele começou a praticar um dos esportes favoritos do tempo – a "restauração" de obras perdidas da antiguidade com base em informação encontrada nos tratados clássicos preservados. Fermat se propôs a reconstruir o *Lugares Planos* de Apolônio, baseado em alusões contidas na *Coleção* de Papus. Um subproduto desse esforço foi a descoberta, não mais tarde que 1636, do princípio fundamental da geometria analítica. As contribuições de Fermat à geometria analítica e à análise infinitesimal foram apenas dois dos aspectos de sua obra – e provavelmente não seus tópicos favoritos.

Fermat usou seu método para provar que nenhum cubo é soma de dois cubos – isto é, que não existem inteiros positivos *x, y, z* tais que $x^3 + y^3 = z^3$. Indo além, Fermat enunciou a proposição geral que para *n* um número inteiro maior que dois não há valores inteiros positivos *x, y, z* tais que $x^n + y^n = z^n$. Escreveu, na margem de seu exemplar do Diofante de Bachet, que tinha uma prova verdadeiramente maravilhosa desse célebre teorema, que a partir daí se tornou conhecido como "último" ou "grande" teorema de Fermat. Fermat, infelizmente, não deu prova, descrevendo-a apenas como tal que "essa margem é demasiado estreita para contê-la".

Desargues foi profeta de geometria projetiva, mas não foi reconhecido em seu tempo, em grande parte porque seu discípulo mais promissor, Blaise Pascal, abandonou a matemática pela teologia. Aos quatorze anos Blaise, com seu pai, participou das reuniões informais da Academia de Mersenne em Paris. Aí ele veio a conhecer as ideias de Desargues; dois anos depois, em 1640, o jovem Pascal, publicou um *Essay pour les coniques*. Consistia de uma só página impressa – mas uma das mais importantes da história. Continha a proposição, descrita pelo autor como *mysterium hexagrammicum*, que a partir daí foi chamada teorema de Pascal. Este diz, em essência, que os lados opostos de um hexágono inscrito numa cônica se cortam em três pontos colineares. Pascal não enunciou o teorema assim, pois não é verdadeiro a não ser que, como no caso de um hexágono regular inscrito num círculo, se recorra aos pontos e retas ideais da geometria projetiva.

18 – UM PERÍODO DE TRANSIÇÃO

Com a morte de Desargues em 1661, de Pascal em 1662 e de Fermat em 1665, encerrou-se um grande período da matemática francesa. Então, o matemático de maior relevância, então, na França passa a ser Philippe de Lahire (1640 - 1718), um discípulo de Desargues e, como seu mestre, um arquiteto. A geometria pura evidentemente o atraía, e sua primeira obra sobre cônicas em 1673 era sintética, mas ele não rompeu com a onda analítica do futuro.

Em 1685 Lahire voltou a métodos sintéticos num livro com o simples título *Sectiones conicae.* Esse poderia ser descrito como uma versão por Lahire de *As cônicas* de Apolônio traduzida para o latim a partir da linguagem francesa de Desargues. As propriedades harmônicas do quadrângulo completo, pólos e polares, tangentes e normais, e diâmetros conjugados estão entre os tópicos familiares tratados de um ponto de vista projetivo.

19 – NEWTON E LEIBNIZ

Isaac Newton, o sucessor de Barrow, nasceu prematuramente no dia de Natal de 1642, o ano da morte de Galileu. O menino foi educado pela avó enquanto frequentava a escola da vizinhança. Um tio do lado materno, que se formara em Cambridge, percebeu no sobrinho um talento matemático incomum e convenceu a mãe de Isaac a matriculá-lo em Cambridge. O jovem Newton então ingressou no Trinity College em 1661, provavelmente sem pensar em vir a ser um matemático, pois não estudou particularmente o assunto. A química pareceu a princípio ser seu principal interesse, e ele conservou um forte interesse por essa disciplina durante a sua vida. Porém no início de seu primeiro ano de estudos ele comprou e estudou um exemplar de Euclides, e logo depois leu a *Clavis* de Oughtred, a *Geometria a Renato Descartes* de Schooten, a *Óptica* de Kepler, as obras de Viète, e o que talvez o que tenha sido o mais importante de todos para ele, *Arithmetica infinitorum* de Wallis. Também veio a conhecer obras de Galileu, Fermat, Huygens e outros.

Em 1664 Newton parece ter atingido as fronteiras do conhecimento matemático e estava pronto para fazer suas contribuições. Suas primeiras descobertas, já de 1665, resultaram do conhecimento que obteve em exprimir funções em termos de séries infinitas — o mesmo que Gregory estava fazendo na Itália pela mesma época, embora dificilmente Newton pudesse saber disso.

O período que se estende de 1665 a 1666, logo depois de Newton ter obtido seu grau A. B., o Trinity College foi fechado por causa da peste, e Newton se retirou deste cenário para sua casa. O resultado foi o mais produtivo período de descoberta matemática jamais referido, pois foi durante esses meses, Newton mais tarde afirmou, que fizera quatro de suas principais descobertas: 1) o teorema binomial, 2) o cálculo, 3) a lei da gravitação e 4) a natureza das cores.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) nasceu em Leipzig. Lá, aos quinze anos entrou na universidade e aos dezessete obteve o grau de bacharel. Estudou teologia, direito, filosofia e matemática na universidade e é, muitas vezes, considerado o último sábio a conseguir o conhecimento universal. Aos vinte, ele estava preparado para o grau de doutor em direito, mas esse lhe foi recusado por causa de sua pouca idade. Deixou então Leipzig e obteve seu doutorado na Universidade de Altdorf em Nüremberg, onde lhe foi oferecido um posto de professor de direito, que ele recusou. Entrou no serviço diplomático, primeiro para o eleitor de Mainz, depois para a família de Brunswick, e finalmente para os hanoverianos, a quem serviu durante quarenta anos.

De seus estudos sobre séries infinitas e o triângulo harmônico Leibniz se voltou para a leitura das obras de Pascal sobre a ciclóide e outros aspectos da análise infinitesimal. Em particular, foi ao ler a carta de Amos Dettonville sobre *Traité des sinus du quart de cercle* que Leibniz diz ter uma luz jorrado sobre ele.

Percebeu então, em 1673, que a determinação da tangente a uma curva dependia da razão das *diferenças* das ordenadas e das abscissas, quando essas se tornavam infinitamente pequenas, e que as quadraturas dependiam da soma dos retângulos infinitamente finos que formam a área.

O primeiro tratado de Newton a ser publicado foi *Principia*, mas foi o último na ordem de composição. A fama lhe tinha vindo relativamente cedo, pois fora eleito para a Royal Society em 1672, quatro anos antes de ter construído seu telescópio refletor (a idéia desse tinha ocorrido também a Gregory antes ainda). Os *Principia* obtiveram aprovação entusiástica, e em 1689 Newton foi eleito para representar Cambridge no Parlamento Britânico. A teologia e a cronologia também lhe chamaram a atenção. Parece que era um cripto-Unitário, embora externamente professando a visão religiosa Trinitária do tempo. Em seus últimos anos as honrarias choveram sobre Newton.

20 – A ERA BERNOULLI

As descobertas de um grande matemático, como Newton, não se tornam automaticamente parte da tradição matemática. Podem ficar perdidas para o mundo a menos que outros cientistas as compreendam e se interessem suficientemente para encará-las de vários pontos de vista, esclarecê-las e generalizá-las, indicando suas implicações. Newton, infelizmente, era demasiadamente sensível e não se comunicava livremente, por isso o método dos fluxos não era bem conhecido fora da Inglaterra. Leibniz, por outro lado, encontrou discípulos dedicados que estavam ansiosos por aprender o cálculo diferencial e integral e transmitir este conhecimento a outros.

Na primeira linha desses entusiastas, estavam dois irmãos suíços, Jacques Bernoulli (1654 – 1705) e Jean Bernoulli (1667 – 1748), frequentemente conhecidos pela forma anglicizada de seus nomes, James e John (ou pelos equivalentes alemães, Jakob e Johann). O pai dos famosos irmãos Bernoulli, Nicolaus (1623 – 1708) tinha planos bem definidos para o futuro de seus filhos, e tinha posto obstáculos a tornarem-se matemáticos. Jacques, o mais velho, tinha sido destinado a ser ministro religioso, e Jean deveria tornar-se comerciante ou médico.

O mais moço, na verdade escreveu sua dissertação para doutorado em 1690 sobre efervescência e fermentação. Mas no ano seguinte ficou tão interessado pelo Cálculo que durante 1691 – 1692 ele escreveu dois pequenos livros didáticos sobre cálculo diferencial e integral, embora nenhum dos dois fosse publicado senão muito mais tarde. Enquanto se encontrava em Paris em 1692 ele ensinou a um jovem marquês francês, G. F. A. de L' Hospital (1661 – 1704) a nova disciplina leibziana; e Jean Bernoulli assinou um pacto pelo qual, a troco de um salário regular, ele concordava em enviar a L'Hospital suas descobertas matemáticas, para serem usadas como o marquês o desejasse. O resultado foi que uma das importantes contribuições de

Bernoulli, datada em 1694. A partir daí passou a ser conhecida como regra de L' Hospital sobre formas indeterminadas.

21 – A IDADE DE EULER

Na Antiguidade, a Grécia sobrepujava todos os outros povos em desenvolvimento matemático: durante boa parte da Idade Média o nível da matemática no mundo árabe era mais alto que no resto.

Do Renascimento ao século dezoito o centro da atividade matemática se deslocou repetidamente — Da Alemanha para a Itália para a França para a Holanda para a Inglaterra. Se as perseguições religiosas não tivessem obrigado os Bernoulli a deixar Antuérpia, a Bélgica poderia ter tido sua vez, mas a família emigrou para Basiléia e, em conseqüência disso, a Suíça foi a terra natal de muitas das principais figuras da matemática do início do século dezoito.

O pai de Euler era um ministro religioso que, como o pai de Jacques Bernoulli, esperava que seu filho seguisse o seu caminho. Porém o jovem estudou com Jean Bernoulli e se associou com seus filhos, Nicolaus e Daniel, e por meio deles descobriu sua vocação. O pai de Leonhard Euler também tinha conhecimentos de matemática, tendo sido aluno de Jacques Bernoulli, e ajudou a instruir seu filho nos rudimentos do assunto, apesar de sua esperança era a de que Leonhard seguiria a carreira teológica. De qualquer modo o jovem recebeu instrução ampla, pois ao estudo da matemática somou teologia, medicina, astronomia, física e línguas orientais.

Euler cedo conquistou reputação internacional; já antes de sair de Basiléia tinha recebido menção honrosa da Acadèmie de Paris por um ensaio de mastros de navio. Mais tarde ele apresentou ensaios em concursos organizados pela Acadèmie, e doze vezes ganhou o cobiçado prêmio bienal. Os tópicos variavam amplamente e, em uma ocasião, em 1724, Euler partilhou com Maclaurin e Daniel Bernoulli um prêmio para ensaio sobre marés. Euler nunca sofreu de falso orgulho e escreveu obras em todos os níveis, inclusive material para livros didáticos para uso nas escolas russas. Geralmente escrevia em latim, algumas vezes em francês, embora o alemão fosse sua língua nativa.

D'Alembert partilhava com Euler o interesse por muitos aspectos da matemática, especialmente em análise e matemática aplicada, mas numa direção Euler deu grandes contribuições sem rivalidades da parte de D'Alembert. Isso foi na teoria dos números, assunto que tem atraído fortemente muitos dos maiores matemáticos, tais com Fermat e Euler, mas não interessou a outros, inclusive Newton e d'Alembert. Euler não publicou tratado sobre o assunto, mas escreveu cartas e artigos sobre vários aspectos da teoria dos números.

22 – A IDADE DAS REVOLUÇÕES

O século dezoito representou um grande desafio: como poderia qualquer período que seguisse o "Século do Gênio" e precedesse a "Idade Áurea" da matemática ser considerado outra coisa senão um interlúdio? A geometria analítica e o cálculo foram inventados no século dezessete,já o surgimento do rigor matemático e o florescimento da geometria estão associados ao dezenove. Existem histórias da matemática dos séculos dezesseis e dezessete e para o século dezenove; mas não existe uma comparável para o século dezoito, nem é para o século dezoito que olhamos quando queremos observar as tendências significativas na matemática.

Para os americanos a data 1776 foi decisiva; na França o ano de 1789 foi crucial. E Era da Revolução não se confinou à política. A Revolução Industrial mudou toda a estrutura social do Ocidente, e a revolução termótica dos mesmos anos lançou os fundamentos da moderna química.

Toda era se inclina a pensar em si mesma como sendo de revolução — um período de tremendas modificações. Quase toda essa era de rápidas mudanças foi precedida por um longo período em que foram feitos os preparativos para a revolução, às vezes, até mesmo inconscientemente.

Entre os arautos da Revolução Francesa estavam Voltaire, Rousseau e d'Alembert e Diderot — nenhum dos quais viveu bastante para ver a queda da Bastilha (Voltaire e Rousseau morreram em 1778, d'Alembert em 1783 e Diderot um ano depois) — e seu colega Condorcet, foi vítima do holocausto que ajudou a gerar. Na matemática seis homens iriam indicar os novos caminhos — Monge, Lagrange, Laplace, Legendre, Carnot e Condorcet.

Laplace, de todos os membros do sexteto, é o que chega mais perto de ser um matemático aplicado, mas, mesmo no caso dele, devemos interpretar a designação em sentido muito lato. Afinal, quão "prática" era naqueles dias a teoria das probabilidades ou a mecânica celeste? Podemos concluir com segurança que, apesar de terem estudado em escolas predominantemente técnicas, as grandes figuras da matemática logo antes da Revolução tinham mostrado notável "pureza" de interesses.

23 – O TEMPO DE GAUSS E CAUCHY

Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855), diferentemente dos homens que discutimos no capítulo precedente, foi menino prodígio. Seu pai era um artesão de Brunswich, correto, mas autocrático, que morreu pouco antes de Gauss completar trinta e um anos.

Sua mãe viveu mais trinta e um anos e morou com Carl Friedrich e sua família a maior parte desse tempo. Gauss, em criança, se divertia com cálculos matemáticos: uma anedota referente a seus começos na escola é característica. Um dia, para ocupar a classe, o professor mandou que os alunos somassem todos os números de um a cem, com instruções para que cada um colocasse sua ardósia sobre a mesa logo que completasse a tarefa. Quase imediatamente, Gauss colocou sua ardósia sobre a mesa dizendo. "Aí está!"

Seus mestres logo levaram o talento de Gauss à atenção do Duque de Brunswick que apoiou seus estudos, primeiro para que pudesse cursar o colégio local, depois na Universidade em Göttingen, onde se matriculou em outubro de 1795.

Ainda estudante em Göttingen, Gauss começou a trabalhar numa importante publicação em teoria dos números. Dois anos depois de sua dissertação de doutoramento, as *Disquisitiones arithmeticae* constituem um dos grandes clássicos da literatura matemática.

Foi a astronomia e não a teoria dos números que trouxe fama imediata para o autor de vinte e quatro anos das *Disquisitiones arithmeticae.* Em 10 de janeiro de 1801, Giuseppe Piazzi (1746 – 1826), diretor do observatório de Palermo, tinha descoberto o novo planeta menor (asteróide) Ceres; mas poucas semanas depois o pequeno corpo celeste se perdeu das vistas. Gauss percebeu que tinha uma habilidade computacional inusitada, bem como a vantagem a mais do método dos quadrados mínimos. Enfrentou o desafio de calcular, a partir das poucas observações registradas do planeta, a órbita em que se movia. O resultado foi um estrondoso sucesso, o planeta sendo redescoberto no fim do ano quase na posição indicada por seus cálculos. O cálculo de órbita de Gauss atraiu a atenção dos astrônomos internacionalmente e logo o levou à proeminência entre cientistas matemáticos alemães, a maioria dos quais se dedicava a atividades astronômicas e geodésicas nessa época.

A estrela da década de 1820 – 30, porém, foi um homem nascido no ano da revolução, quando Fourier tinha 21 anos. Augustin-Louis Cauchy (1789 – 1857) filho de pais instruídos, estudou na École Polytechnique, em que ingressou em 1805 e na École des Ponts et Chaussées, em que se matriculou em 1807. Trabalhou como engenheiro até 1813, quando voltou a Paris.

Já tinha então resolvido vários problemas de interesse matemático. Estes incluíam a determinação de um poliedro convexo por suas faces, a expressão de um número como soma de números *n*-gonais, e um estudo de determinantes.

24 – GEOMETRIA

Dentre todas as vertentes da matemática, a geometria tem sido a mais sujeito a mudanças de gosto, de uma época para outra. Na Grécia clássica, subiu ao zênite, para cair ao nadir ao tempo da queda de Roma. Tinha recuperado parte do terreno perdido na Arábia e na Europa da Renascença. No século dezessete esteve no limiar de uma nova era, mas novamente foi esquecida, ao menos pelos pesquisadores em matemática, por mais dois séculos, permanecendo à sombra dos ramos prolíficos da nova análise. A Inglaterra, especialmente durante o fim do século dezoito, travara uma batalha perdida para devolver a *Os elementos* de Euclides, sua posição outrora gloriosa, mas pouco fizera para desenvolver a pesquisa no assunto. Através dos esforços de Monge e Carnot houve alguns sintomas de reavivamento da geometria pura durante o período da Revolução Francesa, mas a redescoberta quase explosiva da geometria como um ramo vivo da matemática veio principalmente no início do século dezenove.

25 – ANÁLISE

Newton e Leibniz tinham entendido que a análise, o estudo de processos infinitos, tratava de grandezas contínuas, tais como comprimentos, áreas, velocidades e acelerações; ao passo que a teoria dos números claramente tem como seu domínio o conjunto discreto dos números naturais.

No entanto, vimos que Bolzano tentou dar provas puramente aritméticas de proposições, tais como o teorema da locação na álgebra elementar, que pareciam depender de propriedades de funções contínuas; e Plücker tinha aritmetizado completamente a geometria analítica. O século dezenove foi de fato um período de correlação na matemática. A interpretação geométrica da análise e da álgebra foi um aspecto desta tendência; já a introdução de técnicas analíticas na teoria dos números foi outra. Pelo fim do século a corrente, mais forte era a da aritmetização, pois afetava a álgebra, a geometria e a análise.

Dois jovens em Göttingen seriam profundamente influenciados por Dirichlet, embora diferissem grandemente em personalidade e orientação matemática. Um foi Richard Dedekind (1831 – 1916). O outro Bernhard Riemann já tivera a influência de Dirichlet e Jacobi alguns anos antes, quando passou alguns semestres como estudante em Berlim. Quando Dirichlet morreu inesperadamente em 1859, e foi Riemann que lhe sucedeu.

26 – ÁLGEBRA

A álgebra do século dezenove tem duas características que parecem criar em entre si uma contraposição. Uma é uma tendência crescente de generalizar e abstrair; a outra é uma concentração em expressões sujeitas a restrições mais cuidadosamente definidas que as consideradas em séculos precedentes. Esta aparente contraposição se relaciona diretamente com a mudança na espécie de questões que os algebristas do século dezenove levantaram e desejaram responder.

O desenvolvimento de conceitos algébricos na Inglaterra da primeira metade do século dezenove diferia fundamentalmente da do Continente. Abel, Galois, e outros matemáticos do Continente desenvolveram novos conceitos, enquanto trabalhavam em problemas não resolvidos e adaptando-os por fusão, generalização ou transferência direta aos métodos existentes bem-sucedidos. Porém, desde o século dezessete, os matemáticos vinham observando que nem a análise superior nem a álgebra tinham atingido o nível de rigor da geometria. Enquanto, no continente, o sucesso em desenvolver técnicas obscurecia tais preocupações. Os matemáticos ingleses permaneciam penosamente cônscios de sua incapacidade de responder aos ataques do Bispo de Berkeley tanto à análise superior quanto à falta de princípios na álgebra.

Em 1882 apareceram dois trabalhos que, vistos com conhecimentos posteriores, antecipam importantes tendências do século vinte. Um foi um profundo estudo de Leopold Kronecker sobre a teoria aritmética das quantidades algébricas. Este difícil artigo teve grande impacto sobre os algebristas e especialistas em teoria dos números na virada do século. O outro trabalho foi um artigo conjunto de Dedekind e Weber sobre a teoria das quantidades algébricas. Dedekind e Weber usaram a teoria algébrica (desenvolvida pelo primeiro no seu tratamento de números algébricos) para separar o trabalho de Riemann sobre teoria das funções de seu suporte geométrico. Isto lhes permitiu definir partes de uma superfície de Riemann algebricamente, de tal modo que podia ser considerada invariante com relação a um corpo de funções algébricas. O tratamento puramente algébrico abriu uma estrada totalmente nova para a geometria algébrica pós-Riemann, de fato, revelou-se ser um dos mais promissores caminhos seguidos por pesquisadores de século vinte.

A matemática tem sido frequentemente comparada a uma árvore, pois cresce numa estrutura acima da terra que se espalha e ramifica sempre mais, ao passo que ao mesmo tempo suas raízes cada vez mais se aprofundam e alargam, em busca de fundamentos sólidos. Esse duplo crescimento foi especialmente característico do desenvolvimento da análise no século dezenove, pois a rápida expansão da teoria das funções fora acompanhada pela rigorosa aritmetização do campo, desde Bolzano até Weierstrass. Na álgebra, o século dezenove foi o mais notável por desenvolvimentos novos que por atenção aos fundamentos. Os esforços de Peacock para construir uma base sólida eram fracos, se comparados com a precisão de Bolzano na análise. Durante os últimos anos do século, porém, houve vários esforços para fornecer raízes mais sólidas à álgebra. O sistema dos números complexos é definido em termos dos números reais, que são exibidos como classes de números racionais, que por sua vez são pares ordenados de inteiros; mas o que são afinal os inteiros? Todos pensam saber, por exemplo, o que é o número três — até tentarem defini-lo — e a ideia da igualdade de inteiros é tomada como óbvia.

27 – POINCARÉ E HILBERT

Ao fim do século dezenove era claro que não só o conteúdo da matemática mas seu enquadramento institucional e interpessoal tinham mudado radicalmente, desde o começo do século. Além da multiplicação de períodos e departamentos acadêmicos de matemática durante o século, e da tradicional comunicação individual entre matemáticos de diferentes países, a troca de ideias matemáticas foi grandemente estimulada pelo estabelecimento de sociedades matemáticas nacionais e encontros internacionais de matemáticos. A London Mathematical Society, fundada em 1865, e a Société Mathématique de France, estabelecida em 1872, abriram o caminho.

Na década de 1880 – 90 vieram a Edinburgh Mathematical Society que logo foi rebatizada American Mathematical Society na Escócia, o Circolo Matematico di Palermo na Itália e a New York Mathematical Society que logo foi rebatizada American Mathematical Society. Seguiu-se a Deustche Mathematiker-Vereinigung em 1890. Cada um destes grupos tinha reuniões regulares e mantinha publicações periódicas.

O aumento do número de indivíduos ocupados com a pesquisa e ensino de matemática sugeriria que já não se pode destacar umas poucas figuras dominantes para representar o estado da arte num dado período, e que nenhuma pessoa poderia achar um caminho livre através da grande e emaranhada paisagem matemática. De fato, quando Gauss morreu em 1855 pensava-se em geral que nunca mais existiria um universalista em matemática — alguém que estivesse igualmente à vontade em todos os ramos, puros e aplicados. Poincaré é, de fato, o único nome que podemos citar capaz de ter provado que essa ideia estava errada, pois ele considerou toda a matemática como seu domínio.

O caso de Poincaré mostra que para ser um grande matemático não é necessário ter facilidade com números, pois há outros aspectos mais relevantes do talento matemático inato.

Poincaré nasceu em Nancy, cidade que iria abrigar bom número de grandes matemáticos no século vinte. A família conquistou proeminência de várias maneiras; seu primo Raymond foi presidente da França durante a Primeira Grande Guerra.

A tese de doutoramento de Poincaré fora sobre equações diferenciais (não métodos de resolução, mas teoremas de existência), que levaram a uma de suas mais célebres contribuições à matemática: as propriedades das funções automorfas. Na verdade, ele foi virtualmente o fundador da teoria dessas funções.

28 – ASPECTOS DO SÉCULO VINTE

A matemática do século vinte foi, essencialmente, caracterizada por tendências que já eram perceptíveis no fim do século dezenove. A ênfase nas estruturas subjacentes comuns, que indicam correspondências entre áreas da matemática, que tinham sido consideradas não relacionadas até então, é uma teoria que pode configurar essa tendência. Também se inclui aí a interação crescente entre matemáticos em diferentes partes do mundo. Apesar de grandes diferenças políticas e econômicas, a maioria dos matemáticos do século vinte teve melhor percepção do trabalho de seus colegas em outros continentes de que seus precursores tiveram de resultados obtidos por alguém numa província vizinha.

Este século não é menos imune a modas e ao domínio de certas escolas matemáticas que períodos anteriores. Influem o estado da pesquisa numa dada área bem como a força de alguns indivíduos, mas há também fatores externos como o desenvolvimento de campos associados, como a física, estatística e ciência da computação, ou pressões econômicas e sociais que usualmente servem para apoiar aplicações.

O alto grau de abstração formal que se introduziu na análise, geometria e topologia no começo do século vinte não podia deixar de invadir a álgebra. O resultado foi um novo tipo de álgebra, às vezes, inadequadamente descrito como "álgebra moderna", produto em grande parte do segundo terço do século. É de fato verdade que um processo gradual de generalização na álgebra tinha sido desenvolvido no século dezenove, mas no século vinte o grau de abstração deu uma virada brusca para cima.

Entre seus aspectos mais notáveis, a matemática contemporânea apresenta um ressurgimento da geometria, ainda que em vestes modernas, e progresso na decisão de numerosos problemas famosos, indo da conjetura de Poincaré (para dimensão 4) à classificação de grupos finitos.

Ao aproximar-se o fim do século, as atitudes com relação ao futuro da matemática não exibem nem o pessimismo dos pensadores do fim do século dezoito (diziam que a maior parte dos grandes problemas estava resolvida), nem o otimismo de Hilbert ao fim do século dezenove. Dizia que todos os problemas podiam ser resolvidos. A história parece apoiar a reflexão de André Weil, que emergiu de um período ainda mais sombrio: "O grande matemático do futuro, como o do passado, fugirá do caminho muito palmilhado. É por *rapprochements* inesperados, a que nossa imaginação não saberia como chegar, que ele resolverá, dando-lhes outra forma, os grandes problemas que lhe legaremos". Olhando para o futuro, Weil confia ainda em outra coisa: "No futuro, como no passado, as grandes ideias devem ser ideias simplificadoras".

Bibliografia:
História da Matemática
Carl B.Boyer
Revista por Uta C.Merzbach
Tradução Elza F.Gomide
2ª edição – 2003
São Paulo
Edgard Blücher